



دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

آذر ۱۳۹۵

Stochastic Processes (فرآیندهای تصادفی)

تمرین سری سوم (فرآیندهای پواسون و گاوسی)

موعده تحویل: شنبه ۲۰ آذر، قبل از شروع کلاس

مدرس: مهدی جعفری

۱- با استفاده از تابع جرمی احتمال فرآیند پواسون  $(p(N(t) = n))$ ، میانگین، واریانس و تابع مولد گشتاور فرآیند پواسون (تابع مولد فرآیند در هر لحظه از زمان) را محاسبه نمایید.

۲- با استفاده از تابع جرمی احتمال فرآیند پواسون و استفاده از کانولوشن گسسته، نشان دهید که جمع دو فرآیند پواسون، پواسون است.

۳- دو فرآیند پواسون مستقل  $N_1(t)$  و  $N_2(t)$  را با نرخ‌های  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  در نظر بگیرید. احتمال اینکه ورود (arrival) دوم  $N_1(t)$  قبل از ورود سوم  $N_2(t)$  رخ بدهد را به دست آورید. راهنمایی: یکی از راه‌های حل این سوال فکر کردن به  $N_1(t)$  و  $N_2(t)$  به عنوان دو فرآیند است که از انشعاب‌گیری از یک فرآیند پواسون تشکیل شده‌اند.

۴- قورباغه‌ای می‌خواهد از خیابان عبور کند. مدت زمان  $c$  طول می‌کشد تا این قورباغه عرض خیابان را طی کند. عبور ماشین‌ها از این قسمت خیابان فرآیندی پواسون با نرخ  $\lambda$  است. قورباغه اولین زمانی که بتواند از خیابان رد شود، شروع به عبور خواهد کرد. میانگین زمانی که طول می‌کشد تا قورباغه بتواند از خیابان عبور کند (متشکل از میزان زمانی که منتظر بوده به اضافه زمانی عبور آن) را محاسبه نمایید.

۵- فرآیند  $X(t)$  یک فرآیند گاوسی است و داریم  $Y(t) = X(t + d) - X(d)$ .

(a) میانگین، اتوکوواریانس  $Y(t)$  را محاسبه نمایید.

(b) تابع چگالی احتمال  $Y(t)$  را محاسبه کنید.

(c) تابع چگالی احتمال توام  $Y(t)$  و  $Y(t + s)$  را محاسبه کنید.

(d) نشان دهید که  $Y(t)$  نیز یک فرآیند گاوسی است.

۶- تمرین‌های ۲، ۴، ۷، ۳، ۳، ۱۸، ۲۰، ۲۱، ۳ از کتاب Gallager را حل نمایید. (سایر تمرین کتاب هم خوب هستند برای درک بهتر درس: دی)

موفق باشید