



دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

آمار و احتمال مهندسی	۲۳ اردیبهشت ۱۳۹۴
مدرس: مهدی جعفری	تمرین سری ششم
	موعد تحویل: ۴ خرداد ۱۳۹۴

۱-۱- فرض کنید که IQ دانشجویان دانشگاه شریف دارای توزیعی نرمال با میانگین ۱۱۰ و انحراف معیار ۲۰ باشد. بازه‌ای را پیدا کنید که مرکز آن، میانگین این توزیع باشد، و ۵۰٪ IQ دانشجویان را دربر بگیرد.

۱-۲- یک تابع تولید عدد تصادفی داریم که در هر بار اجرا، یک عدد صحیح در بازه‌ی ۱ تا ۴۰ (شامل خود ۱ و ۴۰) تولید می‌کند. برای اینکه متوجه شویم که آیا این تابع واقعا تصادفی عمل می‌کند یا خیر، ۱۰۰,۰۰۰ مرتبه تابع را اجرا می‌کنیم که ۳۵۰۰ مرتبه عدد ۳ تولید می‌شود. به نظر شما این تابع، تابع تولید عدد تصادفی خوبی است؟

۱-۲- نجاری یک تخته را به طول l را از دو نقطه‌ی تصادفی می‌برد. امید ریاضی طول قطعه‌ی وسطی‌ای که از این دو برش ایجاد می‌شود چقدر است.

۲-۲- در این قسمت روی یک تخته به طول l دو نقطه‌ی X و Y را به صورت تصادفی انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه فاصله‌ی این دو نقطه از فاصله‌ی X تا سر تخته (سر و ته با هم فرق می‌کنند)، و اینجا فقط منظور سر تخته است، یعنی اگر یک طرف را سر بنامیم طرف دیگر ته نام دارد و با هم متفاوت هستند!! کمتر باشد چقدر است؟

۳- یک دایره به قطر R در نظر بگیرید که $n \geq 3$ نقطه به تصادف در آن انتخاب شده است. احتمال اینکه نیم‌دایره‌ای وجود داشته باشد که تمام این n نقطه را دربر بگیرد را محاسبه کنید.

۴- ابتدا یک نقطه‌ی Y به صورت تصادفی در بازه‌ی $[0, 1]$ انتخاب می‌شود، سپس نقطه‌ی تصادفی X در بازه‌ی Y تا ۱ انتخاب می‌شود. تابع توزیع چگالی احتمال متغیر تصادفی X را بدست آورید.

۵- متغیر تصادفی X با توزیع تجمعی F را در نظر بگیرید. متغیر تصادفی Y و Z را طوری تعریف کنید که به ترتیب دارای تابع توزیع تجمعی F^n و $1 - (1 - F)^n$ باشند.

۶- صفحه‌ای را در نظر بگیرید که با خطوط موازی به فاصله d پوشیده شده است. فرض کنید به صورت تصادفی پاره خطی به طول l در این صفحه می‌کشیم. احتمال این که این پاره خط با یکی از خطوط صفحه برخورد کند چقدر است؟ ($l < d$)

۷- متغیرهای تصادفی X و Y را در نظر بگیرید که توزیع یکنواخت روی مثلثی دارند که سه رأس آن $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 0)$ است. الف) توزیع حاشیه‌ای Y و توزیع شرطی X با داشتن Y را به دست آورید. ب) امید ریاضی متغیر تصادفی X را به دست بیاورید.

۸- فرض کنید یک هارد دیسک از شرکتی خریده اید. احتمال خراب شدن این هارد دیسک در تمام روزها یکسان و برابر P که توزیع یکنواخت در بازه‌ی $[0, 1]$ دارد. فرض کنید X_i متغیر تصادفی برنولی نشان دهنده‌ی خراب شدن هارد دیسک در روز i ام باشد. الف) امید ریاضی و واریانس متغیر تصادفی X_i را بیابید. ب) فرض کنید A واقعه‌ی خراب نشدن هارد دیسک در روز اول باشد. توزیع شرطی P در صورتی که واقعه‌ی A رخ داده باشد را محاسبه کنید.

۹- فرض کنید فردی می خواهد در بورس سرمایه گذاری کند. او در ابتدای هر سال X تومان سرمایه گذاری می کند و در انتهای سال Y تومان به دست می آورد. فرض کنید X متغیر تصادفی با توزیع خطی در بازه $[0, 40]$ باشد. و با فرض $X = x$ متغیر تصادفی Y توزیع یکنواخت در بازه $[0, 2x]$ داشته باشد. الف) توزیع توامان متغیرهای تصادفی X و Y را بیابید. ب) امیدریاضی سود سالانه چقدر است؟

۱۰- فرض کنید توزیع مشترک دو متغیر تصادفی X و Y به صورت زیر باشد:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 1/2 & \text{اگر } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x \\ 3/2 & \text{اگر } 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2-x \end{cases} \quad (1)$$

فرض کنید متغیر تصادفی $R = XY$ را داریم. واقعه A را واقعه $X < 0.5$ تعریف می کنیم. امیدریاضی متغیر تصادفی R را به شرط وقوع A به دست بیاورید. ($E[R|A]$)