

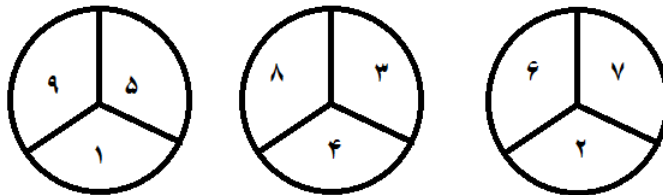


دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

۱۲ اسفند ۱۳۹۳	آمار و احتمال مهندسی
تمرین سری دوم	
مدرس: مهدی جعفری	موعد تحویل: شنبه ۲۳ اسفند

۱- فرض کنید r توپ مشابه داریم که در n سلول قرار دارند احتمال اینکه بطور دقیق m سلول خالی باشد چقدر است؟

۲- دو بازیکن در یک بازی به صورت زیر شرکت می‌کنند. بازیکن A ابتدا یکی از سه گردونه را انتخاب می‌کند و سپس بازیکن B از دو گردونه باقی‌مانده یکی را به دل‌خواه انتخاب می‌کند. سپس گردونه‌ها به چرخش درآمده و گردونه‌ای که در عدد بزرگتری متوقف شود، برنده اعلام می‌شود. اگر گردونه‌ها در هر کدام از نواحی با احتمال برابر بایستند، شما ترجیح می‌دهید جای بازیکن A باشید یا B ؟ پاسخ خود را شرح دهید. (فرض ما بر این است که شما همیشه ترجیح می‌دهید برنده باشید! در غیر این صورت برای گرفتن نمره این سوال فرض کنید ترجیح می‌دهید برنده باشید و سپس مساله را حل کنید!)



۳- ظرفی شامل nk گوی به شماره های یک تا n است، تعداد گوی های هر شماره باهم برابر است. فرض کنید N گوی را بدون جایگذاری از ظرف برمی‌داریم، مطلوب است:
الف) احتمال اینکه دقیقاً m شماره از n شماره ظاهر شود.
ب) احتمال اینکه هر یک از n شماره حداقل یکبار ظاهر شود.
ج) فرض کنید آنقدر توپ برمی‌داریم تا هر یک شماره ها حداقل یکبار ظاهر شوند آنگاه تعداد دفعات برداشتن را اگر m در نظر بگیریم، احتمال $P(m=r)$ را حساب کنید.

۴- در یک صندوقچه ۱۰۰۰ میخچه‌ی قرمز با شماره‌های ۱ تا ۱۰۰۰ و ۱۷۵۰ میخچه‌ی آبی با شماره‌های ۱ تا ۱۷۵۰ قرار دارد. فردی، به صورت تصادفی یک میخچه از صندوقچه برداشته و فهمیده است که شماره آن بر سه بخش پذیر است. او می‌خواهد بداند احتمال آن‌که شماره میخچه بر ۵ هم بخش پذیر باشد چقدر است. پاسخ را با توضیح کامل برای او بنویسید.

۵- در آزمایشگاه میکروبی‌شناسی دانشکده، ۱۵ نمونه ویروس آنفلوآنزا مرغی، ۱۳ نمونه ویروس آنفلوآنزا خوک‌ی و ۱۲ نمونه ویروس آنفلوآنزا گاوی (!) نگه‌داری می‌شود. دانشجویان مهندسی کامپیوتر دانشگاه صنعتی شریف طی حماسه‌ای جدید با نوشتن برنامه‌ای که همه‌ی حالت‌های ممکن را چک کند، توانسته‌اند آنتی‌بیوتیک جدیدی به نام $CE181$ تولید کنند. ویروس‌های نوع مرغی در ۵ ثانیه، نوع خوک‌ی در ۴.۵ ثانیه و نوع گاوی در ۶.۲ ثانیه توسط $CE181$ نابود می‌شوند. محمد ۱۰ نمونه ویروس به صورت تصادفی برداشته و $CE181$ را روی آن‌ها آزمایش کرده است. اگر محمد بفهمد دقیقاً ۴ تا از نمونه‌های انتخاب شده در ۶.۲ ثانیه نابود شده‌اند، احتمال آن که حداقل دو تا از نمونه‌ها در ۴.۵ ثانیه توسط $CE181$ نابود شوند چقدر است؟

۶- گرفتن غذای شام از سلف، همواره یکی از موارد مورد بحث و جدل در خوابگاه است. نیما و محمد برای رفع این مشکل بین خودشان سکه می‌اندازند. مسابقه سکه‌اندازی آن‌ها به این صورت است که نیما $1 + 2n$ سکه متقارن با خود می‌آورد. چون زور محمد از نیما بیشتر است، $1 + n$ سکه را محمد و n سکه باقی مانده را نیما بر می‌دارد.

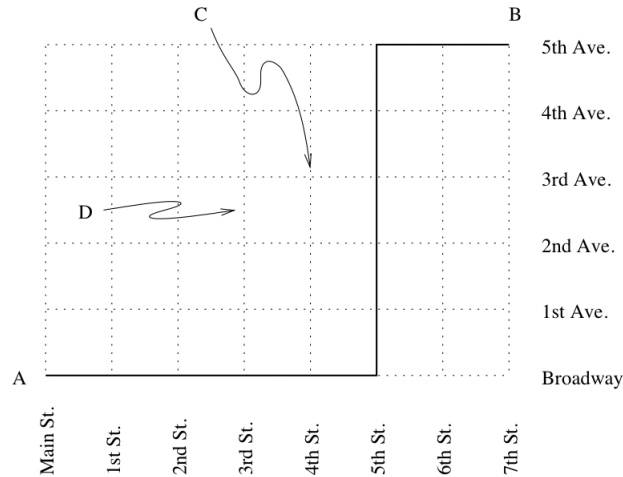
هر یک از آن دو سکه هایشان را یک بار می اندازند. هر کسی تعداد "شیر" هایی که می آورد بیشتر باشد برنده بازی است و فرد مقابل باید شام بگیرد. احتمال برنده شدن محمد چه قدر است؟

۷- در یک دادگاه نظامی، برای قضاوت در باره حکم اعدام یک فرد باید ۳ قاضی مختلف جداگانه رای دهند. حکم نهایی بر اساس نظری داده می شود که رای بیشتری بیاورد. فرض کنید هر یک از ۳ قاضی با احتمال $1 \geq P \geq 0$ تصمیم درست را بگیرد. کدام یک از حالات زیر برای گرفتن تصمیم درست بهتر است:
حالتی که تنها یک قاضی (با شرایط گفته شده) وجود داشته باشد یا حالتی که ۳ قاضی داشته باشیم؟

۸- در یک کشور، در یک همه پرسی a نفر از مردم مخالف و b ($b < a$) نفر از مردم هم با طرح مطرح شده موافق اند. همچنین n نفر وجود دارند که هنوز تصمیم نگرفته اند. ($n > a - b$)
اگر در این همه پرسی افرادی که تصمیم نگرفته بودند، به تصادف، یکی از دو رای موافق و یا مخالف را بدهند، احتمال تصویب شدن طرح (بنا به آرا مردم) چیست؟

۹- در تهران، ۹۹ تاکسی سبز رنگ و یک تاکسی آبی رنگ وجود دارد. دیروز روبه روی در انرژي یک راننده تاکسی با یکی از دانشجویان برخورد کرد و سپس فرار کرد. دوست فردی که تصادف کرده بود، در گفت و گو با پلیس رنگ تاکسی را آبی گزارش کرده و به همین سبب پلیس هم راننده تاکسی آبی را دستگیر کرده. فرض کنید شما وکیل راننده تاکسی هستید و قرار است امروز در دادگاه از او دفاع کنید. یک متخصص، توانایی تشخیص رنگ شاهد ماجرا را در شرایط مشابه شب حادثه مورد تحقیق و بررسی قرار داده و براساس آزمایشات او متوجه شده ایم که فرد شاهد، ماشین آبی را ۹۹ درصد مواقع درست تشخیص می دهد. همچنین ماشین سبز رنگ را تنها در ۲ درصد مواقع به اشتباه آبی تشخیص می دهد.
در راستای دفاع از موکل خود، احتمال درست بودن تشخیص شاهد با استناد به اطلاعات به دست آمده از تحقیقات را به قاضی گزارش کنید.

۱۰- فرزام در نقطه A زندگی می کند. او هر روز برای رفتن به دانشگاه در نقطه B مسیر دلخواهی انتخاب می کند. او تنها مسیرهایی را انتخاب می کند که فقط به جهت های چپ و یا بالا برود.



□ احتمال این که فرزام دیروز از مسیر نشان داده شده در شکل به دانشگاه رفته باشد چه قدر است؟

□ احتمال این که فرزام از نقطه C گذشته باشد چه قدر است؟

□ فرزام که با ماشین به دانشگاه میرود، دیروز توسط دوربین های سرعت سنج در حال سبقت غیر مجاز در نقطه D دیده شده. احتمال این که فرزام دیروز از نقطه C گذشته باشد چه قدر است؟

موفق باشید