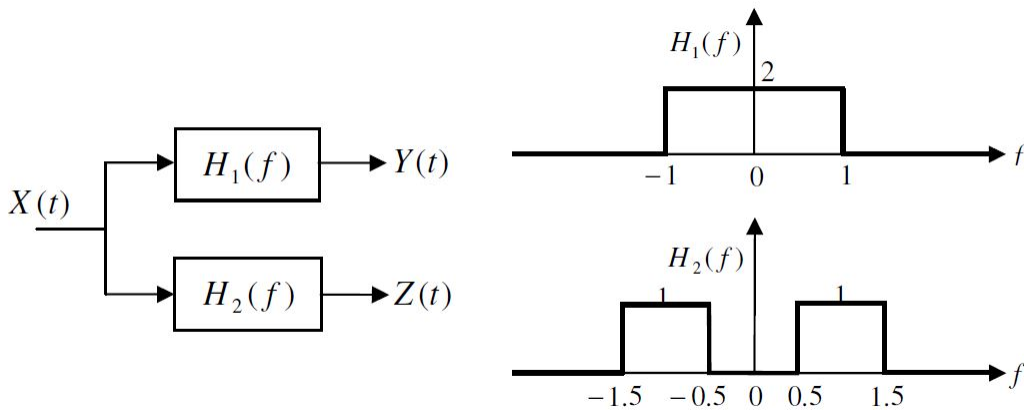




فرآیندهای تصادفی	آبان ۹۴
تمرین سری سوم (سیستم‌ها با ورودی تصادفی و چگالی طیف توان)	
مدرس: مهدی جعفری	موعد تحویل: یکشنبه ۲۴ آبان، قبل از شروع کلاس

سؤال ۱ فرض کنید $X(t)$ یک فرایند نرمال ایستا با امید ریاضی $m_x = 2$ و کوواریانس $C_x(\tau) = \delta(\tau)$ باشد. این فرایند را بطور همزمان به دو فیلتر LTI با تابع تبدیل‌های $H_1(f)$ و $H_2(f)$ ، نشان داده شده در شکل زیر اعمال می‌کنیم.



الف) تابع چگالی احتمال $Y_1 = Y(t_1)$ و $Z_1 = Z(t_1)$ را بیابید.

ب) تابع چگالی احتمال توأم Y_1 و Z_1 را بیابید.

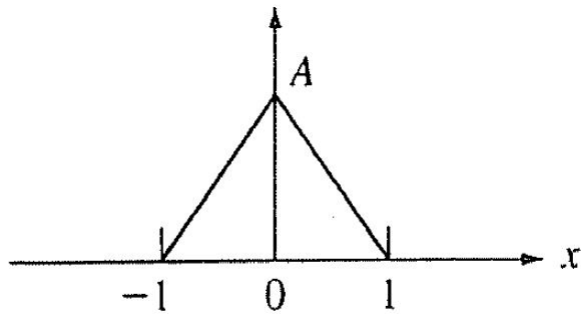
سؤال ۲ اگر داشته باشیم:

$$y''(t) + 4y'(t) + 13y(t) = 26 + v(t), \quad R_{vv}(\tau) = 10\delta(\tau)$$

آنگاه $E[y(t)]$ ، $E[y^2(t)]$ و $R_{yy}(\tau)$ را بیابید.

سؤال ۳ چگالی طیف توان فرایند $Z(t) = X(t) + Y(t)$ را زمانیکه $X(t)$ و $Y(t)$ به صورت توأمان WSS هستند، بیابید.

سؤال ۴ فرض کنید $p(x)$ تابع مثلثی نشان داده شده در شکل زیر باشد. آیا $R_x(\tau) = p(\tau/T)$ یک تابع خودهمبستگی مجاز است؟



سؤال ۵ یک فرایند WSS را با چگالی طیف توان

$$S_x(f) = \frac{4\omega^2 + 900}{\omega^4 + 450\omega^2 + 3969}, \quad \omega = 2\pi f$$

در نظر بگیرید.

الف) تابع همبستگی فرایند، $R_x(\tau)$ ، را به دست آورید.

ب) امید ریاضی و واریانس هریک از متغیرهای تصادفی فرایند چقدر است؟

ج) یک فیلتر علی بیابید که این فرایند را به فرایند $Y(t)$ با تابع همبستگی $R_y(\tau) = e^{-3|\tau|}$ تبدیل کند. رابطه $Y(t)$ را برحسب $X(t)$ بیابید.

موفق باشید