



دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

آمار و احتمال مهندسی	۲۷ مهر ۱۳۹۳
مدرس: مهدی جعفری	تمرین سری دوم
موعد تحویل: یکشنبه ۱۱ آبان	

۱- جعبه ۱ حاوی ۱۰۰۰ لامپ است که ۱۰٪ از آن‌ها خراب هستند. جعبه‌ی ۲ حاوی ۲۰۰۰ لامپ است که ۵٪ از آن‌ها خراب هستند. ۲ لامپ (هر دو) از یک جعبه به طور تصادفی انتخاب میشوند.

□ الف) احتمال آنکه هر دو لامپ خراب باشند را به دست آورید.

□ ب) با فرض اینکه هر دو لامپ خراب باشند احتمال اینکه هر دو از جعبه ۱ باشند را به دست آورید.

۲- در دانشکده مهندسی کامپیوتر، ۶۰ درصد از ورودی‌های ۹۲ در این نیم‌سال درس آمار و احتمال برداشته‌اند. ۳۰ درصد از آنها درس DS و ۲۰ درصد از آن‌ها هر دو درس آمار و احتمال و DS را برداشته‌اند. اگر به طور تصادفی یک ۹۲ی را در لابی ببینیم، احتمال اینکه او فقط آمار و احتمال داشته باشد یا فقط DS (و نه هر دو) چقدر است؟

۳- ثابت کنید:

$$\bullet P(A_n \cap \dots \cap A_2 \cap A_1) = P(A_n | A_{n-1} \cap \dots \cap A_2 \cap A_1) P(A_{n-1} | A_{n-2} \cap \dots \cap A_2 \cap A_1) \dots P(A_2 | A_1) P(A_1)$$

(به این برابری، قاعده زنجیره‌ای گفته می‌شود.)

$$\bullet P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(BC) - P(AC) + P(ABC)$$

$$\bullet P(A \cup B \cup C) = 1 - P(A^c | B^c \cap C^c) P(B^c | C^c) P(C^c)$$

۴- ۵۱ دانشجو در دانشگاه فنی حرفه‌ای فرقیستان در درس آمار و احتمال ثبت‌نام کرده‌اند، در صورتی که ظرفیت درس ۴۵ نفر میباشد. در یک بخت آزمایشی معاون آموزشی از روی لیست ثبت نام ۶ دانشجو را به صورت تصادفی انتخاب کرده و درس آمار و احتمال را برای آن‌ها حذف می‌کند! با فرض آنکه در لیست ثبت نام هر فردی یکی از اعداد ۱ تا ۵۱ را داشته باشد، احتمال‌های زیر را حساب کنید.

□ الف) هر ۶ دانشجو انتخاب شده در لیست ثبت‌نام شماره تک رقمی داشته باشند. (معاون آموزشی خسته بوده و همه را از بالای لیست انتخاب کرده است)

□ ب) ۲ دانشجو شماره تک رقمی و مابقی شماره ۲ رقمی داشته باشند. (معاون آموزشی سعی کرده که از همه جای لیست دانشجو حذف کند)

۵- دکتر جعفرخوانی در درس آمار و احتمال در طول نیم‌سال آینده ۱۴ جلسه کلاس درس خواهد داشت. در ۸ جلسه به احتمال ۰.۷ و در ۶ جلسه به احتمال ۰.۴ کوئیز می‌گیرد. دانشجویان به جلساتی که دکتر با احتمال ۰.۷ کوئیز می‌گیرد جلسه‌ی پرمحتمل و به باقی جلسات جلسه کم‌محتمل می‌گویند. محمد به صورت تصادفی در یکی از جلسات شرکت نکرده است.

□ الف) احتمال آنکه دکتر در این جلسه کوئیز گرفته باشد چقدر است؟

□ ب) اگر سهند به محمد پیامک داده باشد که این هفته کوئیز گرفته نشده. احتمال آنکه آن جلسه از جلسات پرمحتمل باشد چقدر است؟

۶- در کشور مجارستان برای گرفتن پایه یک هر فرد باید سه آزمون بدهد. هر متقاضی اولین آزمون را در فصل بهار می‌دهد، در صورت قبولی آزمون دوم را در فصل تابستان و در صورت قبولی در هر دو آزمون قبلی، آزمون سوم را در زمستان خواهد داد. آراین یک راننده قهار است. احتمال قبولی او در آزمون اول ۰.۹ می‌باشد، احتمال قبولی او در آزمون دوم به شرط قبول شدن در آزمون اول ۰.۸ می‌باشد و احتمال شرطی قبولی در آزمون سوم به شرط قبولی در دو آزمون قبل ۰.۷ است.

□ الف) احتمال آنکه آراین پایه یک بگیرد چقدر است؟

□ ب) اگر بدانیم آراین نتوانسته پایه یک بگیرد، احتمال آنکه او در آزمون دوم رد شده باشد چقدر است؟

۷- در کلاس ۱۰۱، ۳ ماژیک مشکی و ۵ ماژیک قرمز وجود دارد، در حالی که در کلاس ۱۰۲، ۲ ماژیک مشکی و ۲ ماژیک قرمز وجود دارد. دستیار درس گسسته یک ماژیک به صورت تصادفی از کلاس ۱۰۱ برداشته و در کلاس ۱۰۲ گذاشته است. سپس دستیار درس احتمال در کلاس ۱۰۲ یک ماژیک به صورت تصادفی انتخاب کرده و شروع به نوشتن راه حل تمرین‌ها روی تخته می‌کند.

□ الف) احتمال آنکه تمرینها به رنگ مشکی نوشته شوند چقدر است؟

□ ب) اگر ببینیم که دستیار احتمال با رنگ قرمز می‌نویسد، احتمال شرطی آنکه ماژیک آمده از کلاس ۱۰۱، قرمز باشد چقدر است؟

۸- دو متغیر تصادفی گسسته که در زندگی روزمره با آن سر و کار دارید، نام ببرید. (فرض ما بر این است که شما در زندگی روزمره با پرتاب تاس و سکه سر و کار ندارید!)

۹- سه نفر با نام‌های A ، B و C محکوم به مرگ هستند. حاکم تصمیم به آزاد کردن یکی از این افراد می‌گیرد و نام او را به زندان‌بان می‌گوید. زندانی A از این قضیه مطلع می‌شود ولی نمی‌داند که قرار است چه کسی آزاد شود. به همین دلیل از زندان‌بان می‌خواهد که نام فرد مورد نظر را به او بگوید. با هم قرار می‌گذارند که اگر قرار شد B آزاد شود زندان‌بان نام C ، اگر قرار شد C آزاد شود زندان‌بان نام B و اگر قرار شد که A آزاد شود زندان‌بان یک سکه بیاندازد و نام B یا C را بگوید. زندان‌بان می‌گوید که B قرار است اعدام شود. زندانی A این خبر را با خوشحالی برای زندانی C تعریف می‌کند و به او می‌گوید که حال انتخاب میان من یا تو می‌باشد و شانس زنده ماندن من از $\frac{1}{3}$ به $\frac{1}{2}$ افزایش یافته است. ولی زندانی C در پاسخ به او می‌گوید که شانس تو همان $\frac{1}{3}$ مانده و شانس من $\frac{2}{3}$ شده است. به نظر شما چه کسی درست می‌گوید؟

راهنمایی: فرض کنید زندان‌بان همیشه سکه می‌اندازد ولی از نتیجه‌ی آن فقط وقتی که قرار است زندانی A آزاد شود استفاده می‌کند. در این صورت با یافتن فضای نمونه، مسئله به روشنی قابل حل می‌باشد.

۱۰- شرکت دانش‌بنیان میلاد ۲۰۰۰ دلار پول بابت خرید تجهیزات در اختیار دارد. فرض کنید قیمت هر قطعه الکترونیکی ۴ دلار باشد. فرض کنید در آخر هفته قیمت هر قطعه یا ۲ دلار یا ۱۲ دلار خواهد بود. اگر احتمال این تغییر قیمت برای هر دو حالت یکی باشد.

□ الف) اگر هدف شرکت بیشینه کردن امید ریاضی پولی باشد که شرکت در آخر هفته خواهد داشت، شرکت باید چه استراتژی‌ای را در راستای خرید قطعات الکترونیکی در پی بگیرد؟

□ ب) اگر هدف شرکت بیشینه کردن امید ریاضی تعداد قطعاتی باشد که شرکت در آخر هفته خواهد داشت، شرکت باید چه استراتژی‌ای را در راستای خرید قطعات الکترونیکی در پی بگیرد؟

موفق باشید