

تمرین عملی سری دوم آمار و احتمال مهندسی

پاییز ۹۴-۹۳

برای انجام این تمرین می توانید از هر زبان برنامه نویسی استفاده کنید ولی زبان های R و MatLab ارجح هستند. به همراه فایل های شامل کد یک فایل که شامل گزارش انجام تمرین است نیز ارسال کنید.

سوال اول: پارادوکس برتراند (Bertrand's paradox) که توسط ریاضی دان فرانسوی جوزف برتراند در سال ۱۸۸۹ بیان شد به چنین مسئله ای اشاره می کند. یک وتر تصادفی دایره ای را در نظر بگیرید. احتمال اینکه طول این وتر بیشتر از طول ضلع یک مثلث متساوی الاضلاع محاط شده به دایره باشد را حساب کنید.

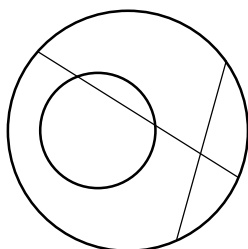
برای به دست آوردن این احتمال برنامه ای بنویسید که هر کدام از روش های زیر را یک میلیون بار تکرار کند و به این وسیله احتمال را حساب کنید. برای هر کدام از روش ها طول بازه ی وتر را به ده قسمت مساوی تقسیم کنید و نمودار histogram آنرا رسم کرده و در گزارش بگذارید.

۱. یک قطر دایره را در نظر بگیرید. بر روی این قطر یک نقطه ی تصادفی انتخاب کنید. وتری از دایره را رسم کنید که بر قطر عمود است و از نقطه ای تصادفی می گذرد.
۲. دو نقطه ی تصادفی روی محیط دایره انتخاب کنید. وتری که از این دو نقطه می گذرد را رسم کنید.
۳. یک نقطه ی تصادفی درون دایره انتخاب کنید. وتری را رسم کنید که بر قطر گذرنده از این نقطه عمود است.
۴. دو نقطه ی تصادفی درون دایره انتخاب کنید و وتر گذرنده از این دو نقطه را رسم کنید.

برای هر مورد احتمال مطرح شده را بوسیله ی برنامه ای که نوشته اید به دست آورده و در گزارش ذکر کنید.

به نظر شما کدام یک از روش های بالا جواب درستی به مسئله می دهند؟

کدام یک از روش ها متغیری از مقیاس (scale) و انتقال (translation) نیست؟ یعنی اگر دایره ی کوچکتری مانند شکل زیر در داخل دایره ی بزرگتری قرار گیرد و وتر های تصادفی مربوط به دایره ی بزرگتر رسم شوند و احتمال مربوطه برای دایره ی بزرگتر محاسبه شود. سپس از روی همان وتر های تصادفی مربوط به دایره ی بزرگتر احتمال مورد نظر برای دایره ی کوچکتر را حساب کنیم. این دو احتمال برابر شوند. (نامتغیر از مقیاس) همچنین اگر دایره ی کوچکتر را در درون دایره ی بزرگتر حرکت دهیم احتمال مورد نظر تغییر نکند. (نامتغیر از انتقال) بوسیله ی نوشتن برنامه ای که این احتمال ها را محاسبه می کند متغیر یا نامتغیر بودن از مقیاس یا انتقال را برای هر کدام از روش ها نشان دهید و در گزارش خود توضیح دهید. توضیح مختصری راجع به کدهایی که نوشتید نیز در گزارش ذکر کنید.



سوال دوم: تابعی به قالب $[min, max]$ interval_estimation $(X, alpha)$ بنویسید که به ازای یک بردار ورودی X که از یک توزیع نرمال و نامشخص آمده است بازه ای با ضریب خطای $alpha$ برای تخمین واریانس ورودی های داده شده ارائه کند. یعنی باید داشته باشیم:

$$P(min \leq \sigma^2 \leq max) = 1 - alpha$$

توجه کنید که $[min, max]$ خروجی های تابع و $(X, alpha)$ ورودی های تابع هستند. دقت کنید که چون در این تمرین برنامه ی شما به صورت خودکار و با وارد کردن مقادیر ورودی متفاوت آزمایش می شود، قالب تابع را رعایت کنید. در فایل گزارش نیز چگونگی محاسبه ی بازه ی تخمین و توضیح مختصری راجع به کد نوشته شده را ذکر کنید.

پاسخ های خود را تا تاریخ ۷ بهمن ساعت ۲۳:۵۹ به ایمیل ce40181@gmail.com ارسال کنید. قالب موضوع ایمیل باید به شکل زیر باشد که #SN شماره دانشجویی شما است.

EPS19394-PA2-#SN

موفق و سلامت باشید. ☺